### Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

**Rozwiązywanie równań i układów równań nieliniowych**

Mateusz Łopaciński 18.05.2022 r.

### Dane techniczne sprzętu

Obliczenia zostały wykonane na komputerze o następujących parametrach:

* Procesor: AMD Ryzen 7 4700U (8 rdzeni, 8 wątków),
* Pamięć RAM: 16 GB 3200 MHz

### Zadanie 1

### Wprowadzenie

#### **Opis problemu**

Zadanie polega na wyznaczeniu pierwiastków równania na zadanym przedziale przy pomocy metody Newtona oraz metody siecznych. Dla metody Newtona punkty startowe wybierane są z krokiem na przedziale (tzn. bierzemy kolejno ). Dla metody siecznych, jako jeden z punktów startowych wybieramy jeden z końców przedziału , natomiast drugi punkt wyznaczamy tak, jak w przypadku metody Newtona.

#### **Wzór funkcji**

Miejsca zerowego szukałem dla funkcji danej wzorem:

**(1.1.1.)**

gdzie

**(1.1.2.)**

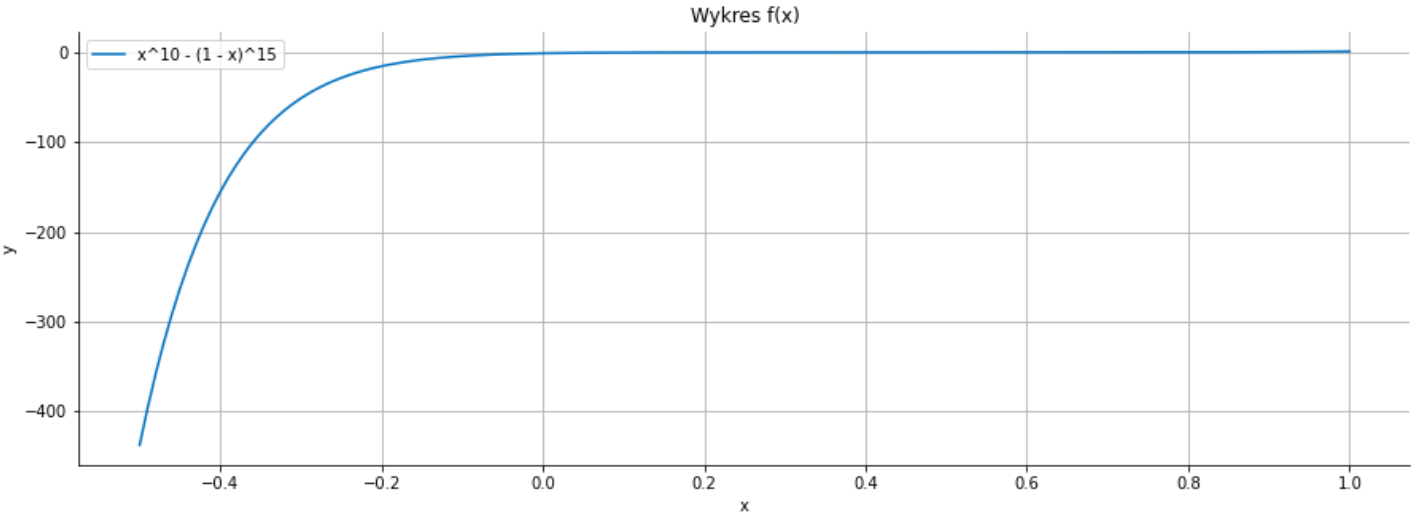
na przedziale

**(1.1.3.)**

Finalnie, po podstawieniu **(1.1.2.)** do wzoru **(1.1.1.)**, otrzymujemy wzór badanej funkcji:

**(1.1.4.)**

#### **Wykres funkcji**



Rys. 1.1.1. Wykres badanej funkcji

### Kryteria stopu

W przypadku obu metod wyznaczania pierwiastka równania, wyznaczałem liczbę iteracji, jakie były konieczne, aby rozwiązanie spełniało warunek zwany *kryterium stopu*. Skorzystałem z dwóch kryteriów stopu, dla których dobierałem różne wartości . Im mniejsza wartość , tym dokładniejsze powinniśmy otrzymać rozwiązanie. Spodziewamy się również, że wraz ze zmniejszaniem , wzrastać będzie liczba iteracji potrzebnych do wyznaczenia pierwiastka równania.

#### **Wartość bezwzględna różnicy dwóch ostatnich przybliżeń pierwiastka**

Pierwszym kryterium, z którego skorzystałem, jest bezwzględna wartość z różnicy dwóch ostatnio wyznaczonych przybliżeń pierwiastka równania , gdzie funkcja dana jest wzorem **(1.1.2.4.)**.

**(1.2.1.)**

#### **Wartość bezwzględna z wartości funkcji**

Drugim kryterium jest wartość bezwzględna z wartości badanej funkcji **(1.1.4.)** w punkcie, będącym przybliżeniem pierwiastka równania .

**(1.2.2.)**

### Metoda Newtona (Newtona-Raphsona)

Jedną z metod, które wykorzystałem do wyznaczania pierwiastka równania na przedziale **(1.1.3.)** jest metoda Newtona (zwana także metodą Newtona-Raphsona).

#### **Opis metody**

#### **Założenia**

W metodzie Newtona przyjmuje się następujące założenia dla funkcji :

* Funkcja jest ciągła na przedziale ,
* W przedziale znajduje się dokładnie jeden pierwiastek równania ,
* Funkcja ma różne znaki na krańcach przedziału, czyli zachodzi: , gdzie i są krańcami przedziału, na którym szukamy pierwiastka równania,
* Pierwsza i druga pochodna funkcji mają stały znak na tym przedziale (funkcja jest albo wypukła, albo wklęsła na całym przedziale – nie ma punktów przegięcia).

Patrząc na wykres Rys. 1.1.1., możemy zauważyć, że badana funkcja spełnia założenia **(1.3.1.)**, dzięki czemu możliwe jest skorzystanie z tej metody.

#### **Sposób postępowania**

1. Wybieramy punkt startowy (punkt startowy będziemy wybierać w taki sposób, jak zostało to opisane w punkcie **1.1.**),
2. Prowadzimy styczną do wykresu funkcji w punkcie . Współrzędna punktu przecięcia stycznej z osią OX jest pierwszym przybliżeniem rozwiązania równania,
3. Jeżeli przybliżenie nie jest wystarczająco dokładne, jako punkt startowy wybieramy otrzymany w punkcie 2. punkt i powtarzamy powyższe czynności, do momentu, w którym uzyskamy wystarczająco dokładne przybliżenie.

#### **Wzór iteracyjny**

Przedstawione w punkcie **3.1.2.** postępowanie można opisać, przy pomocy wzoru iteracyjnego, z którego wyznaczamy kolejne przybliżenia pierwiastka równania   
:

**(1.3.1.)**

#### **Warunek zbieżności**

Może się zdarzyć sytuacja, w której, podczas obliczania kolejnych przybliżeń pierwiastka, korzystając ze wzoru **(1.3.2.)**, będziemy otrzymywać rozwiązania coraz bardziej odbiegające od rzeczywistego pierwiastka równania . Aby do tego nie dopuścić, musimy zapewnić, żeby , gdzie jest pewną stałą.

Okazuje się, że jeżeli funkcja spełnia założenia opisane w punkcie **3.1.1.**, wówczas będzie ona zbieżna na tym przedziale. Z tego powodu, podczas obliczeń nie sprawdzam dodatkowo tego warunku.

#### **Otrzymane wyniki**

W kolejnych punktach znajdują się wyniki uzyskane dla różnych punktów startowych oraz różnych wartości .

#### **Kryterium 1 (2.1.)**

Zamieszczone niżej tabele przedstawiają uzyskane przybliżenia pierwiastka równania oraz liczbę iteracji, potrzebnych do jego wyznaczenia, w zależności od punktu startowego oraz . W tym przypadku, jako kryterium stopu wykorzystałem kryterium **2.1.**. Jako rozwiązanie wzorcowe możemy potraktować (zaokrąglenie do 5 cyfr po przecinku) które zostało wyznaczone, przy pomocy programu *Wolfram Mathematica*.

* **Wartości pierwiastka równania**

Jak możemy zauważyć, większość wyników jest taka sama lub bardzo bliska dokładnemu wynikowi (dokładniejsze porównanie umieściłem na kolejnych stronach).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Wartość | | | | | | |
| **Punkt startowy** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0,430159 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430159 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,429888 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430049 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,43014 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430159 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430122 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,429937 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,429847 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430107 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430158 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,43015 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430134 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  |  | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |

Tabela. 1.3.1. Wartości pierwiastków równania dla metody Newtona   
przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.)

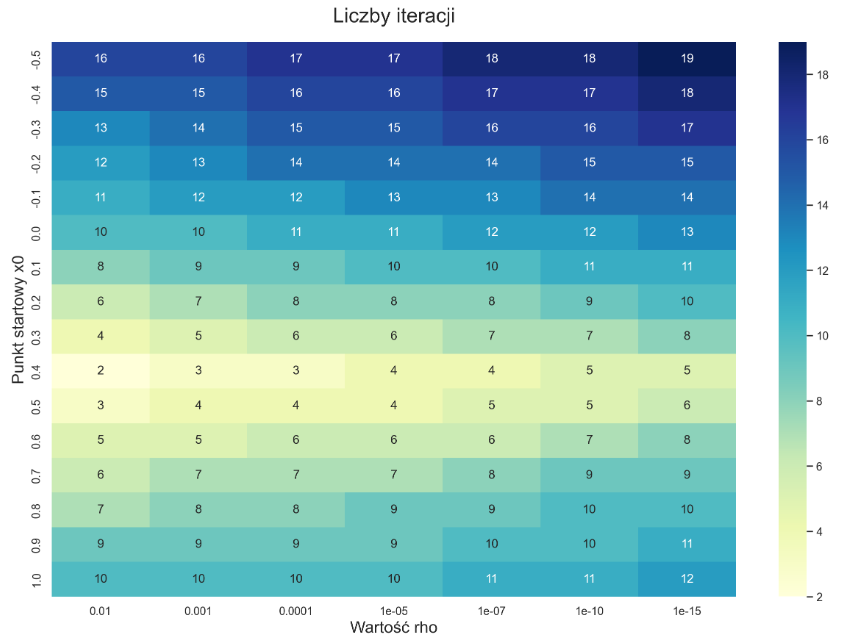
* **Liczby iteracji**

Poniższa tabela zawiera liczby iteracji, które zostały wykonane do momentu, w którym został spełniony warunek określony przez 1. kryterium stopu (**2.1.**) w zależności od punktu startowego oraz wartości .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Wartość | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Punkt startowy** |  | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 | 18 | 19 |
|  | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 |
|  | 13 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 |
|  | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 |
|  | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 |
|  | 10 | 10 | 11 | 11 | 12 | 12 | 13 |
|  | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 |
|  | 6 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9 | 10 |
|  | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 |
|  | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 |
|  | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 |
|  | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7 | 8 |
|  | 6 | 7 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 |
|  | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 |
|  | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 |
|  |  | 10 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 | 12 |

Tabela. 1.3.2. Liczby iteracji dla metody Newtona przy   
zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.)

Jeszcze lepiej liczbę iteracji obrazuje poniższy wykres. Widzimy na nim dokładnie, że najmniej iteracji zostało wykonanych wtedy, gdy oraz . Jest tak dlatego, że jest punktem najbliżej położonym rzeczywistego pierwiastka równania, natomiast jest największą wartością  spośród zastosowanych. Widzimy więc, że im mniejsza wartość , tym więcej iteracji musimy wykonać. Widzimy również, że dla bardziej oddalonych punktów startowych od rzeczywistego rozwiązania, musimy także wykonać więcej iteracji.



Rys. 1.3.1. Wykres, przedstawiający zależność liczby iteracji od oraz punktu startowego dla metody Newtona, przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.)

* **Błędy obliczonych pierwiastków**

Jako wzorcowe rozwiązanie traktuję wartość wyznaczoną, przy pomocy programu *Wolfram Mathematica* (zaokrąglenie do 32 cyfr po przecinku). Wyznaczone błędy są błędami bezwzględnymi, które liczyłem jako wartość bezwzględną z różnicy między oczekiwaną wartością pierwiastka a wartością wyznaczoną, przy pomocy metody Newtona. Błędy zostały zebrane na poniższym wykresie.

Widzimy, że wraz ze zmniejszaniem wartości (a więc także wzrostem liczby iteracji), maleją wartości błędów. Co ciekawe, mimo, że jest punktem położonym najbliżej rozwiązania wzorcowego, pierwiastka wtedy, gdy ma niewielką wartość wcale nie uzyskujemy dla niego najlepszego przybliżenia. Dzieje się tak dlatego, że przedział wartości, dla których spełniony jest warunek z kryterium stopu, jest wtedy dość duży, przez co kończymy iterację nawet dla niezbyt dokładnego przybliżenia.

Na poniższym wykresie widzimy także przypadki, w których otrzymaliśmy idealnie rozwiązanie (oczywiście dokładność obliczeń w komputerze jest ograniczona i prawdopodobnie, po zwiększeniu dokładności obliczeń, błąd by nie był równy 0).

Moglibyśmy się spodziewać, że wraz ze zmniejszaniem wartości , rosnąć będzie dokładność przybliżenia. Nie dzieje się tak jednak cały czas, ponieważ dla mamy więcej gorszych przybliżeń niż dla . Możemy także zauważyć, że dla wszystkich punktów startowych, dla których błąd wcześniej wynosił 0, dla błąd ten wzrósł. Dzieje się tak dlatego, że po pewnej liczbie iteracji, rośnie wartość błędu zaokrągleń, a więc wyniki stają się mniej dokładne.

Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie

Rys. 1.3.2. Wykres błędów wyznaczonych pierwiastków w zależności od oraz dla metody Newtona,   
przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.)

#### **Kryterium 2 (2.2.)**

Podobnie jak dla kryterium 1., poniżej umieściłem tabelę z wynikami oraz wykresy liczb iteracji i błędów. W tym przypadku zrezygnowałem z tabeli z liczbą iteracji i ograniczyłem się do wykresu liczby iteracji, z który lepiej pokazuje zależność tej liczby od oraz .

* **Wartości pierwiastka równania**

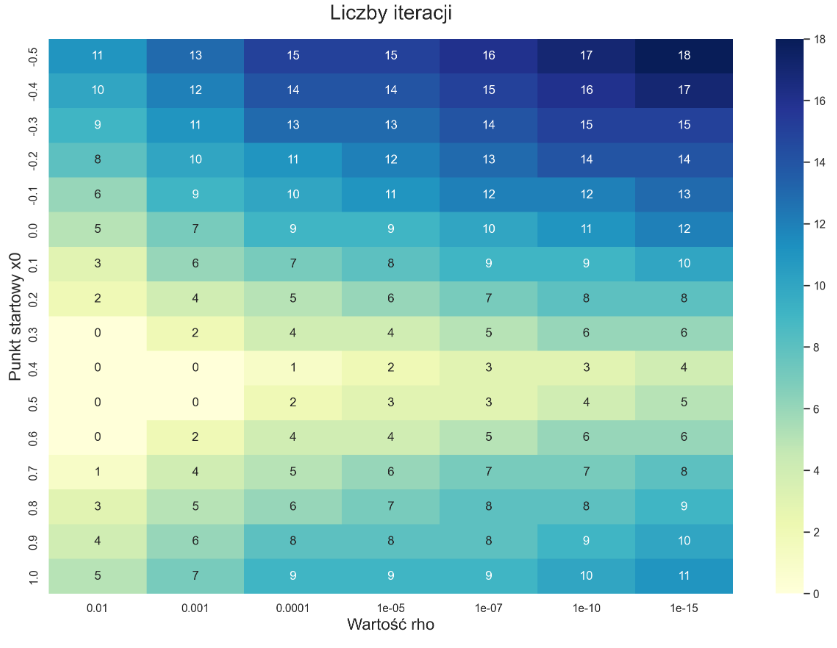
Od razu możemy zauważyć, że pojawiają się wyniki znacznie bardziej odbiegające od wzorcowej wartości pierwiastka równania, w szczególności wtedy, gdy ma dużą wartość (np. ). Spowodowane jest to tym, że badana funkcja **(1.1.4.)** jest prawie pozioma oraz przyjmuje wartości bardzo bliskie 0 wtedy, gdy dla . Z tego powodu, ma niewielką wartość również dla dość znacznie oddalonych od punktu, będącym rzeczywistym pierwiastkiem równania.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Wartość | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Punkt startowy** |  | 0,297734 | 0,386835 | 0,429762 | 0,429762 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,297734 | 0,386835 | 0,429762 | 0,429762 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,301314 | 0,389712 | 0,429888 | 0,429888 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,308985 | 0,395736 | 0,423644 | 0,430049 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,272866 | 0,404871 | 0,427072 | 0,43014 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,291748 | 0,381951 | 0,429446 | 0,429446 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,268265 | 0,401783 | 0,426065 | 0,430122 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,303098 | 0,391131 | 0,421422 | 0,429937 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,3 | 0,38866 | 0,429847 | 0,429847 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,4 | 0,4 | 0,425412 | 0,430107 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,5 | 0,5 | 0,431213 | 0,430158 | 0,430158 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,6 | 0,486644 | 0,430288 | 0,430288 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,63 | 0,461783 | 0,432993 | 0,43015 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,583203 | 0,47369 | 0,437468 | 0,430134 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,590492 | 0,479256 | 0,430156 | 0,430156 | 0,430156 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,590492 | 0,479256 | 0,430156 | 0,430156 | 0,430156 | 0,43016 | 0,43016 |

Tabela. 1.3.3. Wartości pierwiastków równania dla metody Newtona   
przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.)

* **Liczby iteracji**

Wykres liczb iteracji jest bardzo zbliżony do poprzedniego, poza tym, że najmniejsza liczba iteracji teraz jest równa 0 (dla punktów bliskich rzeczywistego pierwiastka równania oraz małych wartości ). Funkcja **(1.1.4.)** przecina oś OX w punkcie, w którym nachylenie krzywej względem osi OX jest bardzo niewielkie, przez co .



Rys. 1.3.3. Wykres, przedstawiający zależność liczby iteracji od oraz punktu startowego dla metody Newtona, przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.)

* **Błędy obliczonych pierwiastków**

Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie

Rys. 1.3.4. Wykres błędów wyznaczonych pierwiastków w zależności od oraz punktu startowego dla metody Newtona, przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.)

Wykres błędów został wykonany w tej samej skali, co poprzednio. Ponownie wykorzystałem skalę logarytmiczną, ustawiając najmniejszą wartość na , a największą na . Widzimy, że tym razem osiągamy dużo większe błędy niż dla 1. kryterium.

### Metoda siecznych

Drugą z metod, które wykorzystałem do wyznaczania pierwiastka równania na przedziale **(1.1.3.)** jest metoda siecznych.

#### **Opis metody**

#### **Założenia**

W metodzie siecznych przyjmuje się następujące złożenia dla funkcji :

* Funkcja jest ciągła na przedziale .
* Funkcja ma różne znaki na krańcach przedziału, czyli zachodzi: , gdzie i są krańcami przedziału, na którym szukamy pierwiastka równania,

Zauważmy, że w przypadku metody siecznych nie mamy żadnego warunku z pochodną funkcji, która, w przeciwieństwie do metody Newtona, nie musi być teraz znana.

#### **Sposób postępowania**

1. Wybieramy dwa punkty startowe oraz .
2. Przez punkty i prowadzimy sieczną. Współrzędna punktu przecięcia siecznej z osią OX jest pierwszym przybliżeniem rozwiązania,
3. Jeżeli otrzymane przybliżenie nie jest wystarczająco dokładne, jako punkt przyjmujemy poprzedni punkt , a jako punkt , obliczone w punkcie 2. przybliżenie pierwiastka równania. Powtarzamy powyższe czynności do momentu, w którym osiągniemy satysfakcjonujące przybliżenie.

#### **Wzór**

Przedstawione w punkcie **4.1.2.** postępowanie można opisać, przy pomocy poniższego wzoru:

**(1.4.1.)**

Przy pomocy tego wzoru, wyznaczamy kolejne przybliżenia pierwiastka równania , do momentu, w którym uzyskamy zadowalające przybliżenie.

#### **Otrzymane wyniki**

W kolejnych punktach znajdują się wyniki uzyskane dla różnych punktów startowych oraz różnych wartości . Ponieważ tym razem mamy 2 punkty startowe, musimy ustalić wartości obu punktów. Początkowo przyjmuję, że , natomiast jest punktem z przedziału wyznaczanym, podobnie jak dla metody Newtona, z krokiem . Następnie, przyjmuję, że , natomiast jest punktem z przedziału wyznaczanym z krokiem . W zamieszczonych na kolejnych stronach tabelach, w pierwszej kolumnie znajdują się pary postaci , , oznaczające wartości startowe, kolejno i .

#### **Kryterium 1 (2.1.)**

Postępowanie jest analogiczne, jak w przypadku metody Newtona. Na kolejnych stronach znajdują się tabele/wykresy z wynikami.

* **Wartości pierwiastka równania**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | Wartość | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Punkty startowe** | |  | 0,43005 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430041 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | -0,17922 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | -0,09246 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,002272 | 0,430158 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,100563 | 0,100563 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,200112 | 0,200112 | 0,200112 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,300017 | 0,300017 | 0,300017 | 0,300017 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,400002 | 0,400002 | 0,400002 | 0,400002 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,499996 | 0,499996 | 0,499996 | 0,499996 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,59997 | 0,59997 | 0,59997 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,699845 | 0,699845 | 0,699845 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,799364 | 0,799364 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,897787 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,993287 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |

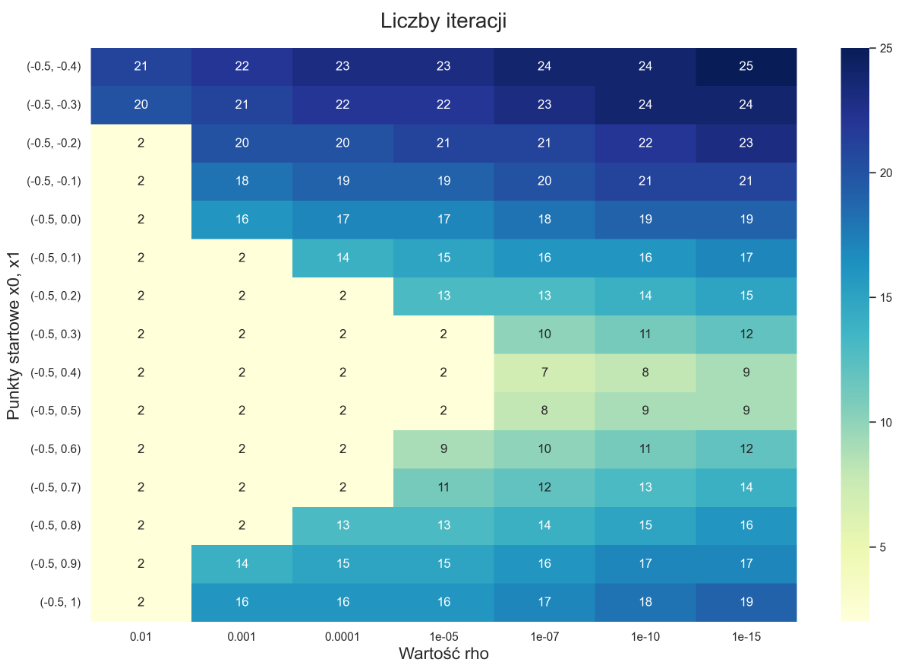
Tabela. 1.4.1. Wartości pierwiastków równania dla metody siecznych   
przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.) cz. 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Wartość | | | | | | |
| **Punkty startowe** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0,996582 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,991058 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430768 | 0,430155 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430184 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430286 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,499527 | 0,499527 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,262817 | 0,430159 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,429447 | 0,430148 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,306366 | 0,430144 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,400436 | 0,400436 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,499057 | 0,499057 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,595217 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,68339 | 0,430154 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430187 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,430196 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |

Tabela. 1.4.2. Wartości pierwiastków równania dla metody siecznych   
przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.) cz. 2.

* **Liczby iteracji TODO – jakiś komentarz**

Ponownie wykorzystam wykresy zamiast tabel, ponieważ dobrze na nich widać zależność liczby iteracji od wyboru punktów startowych , oraz wartości .



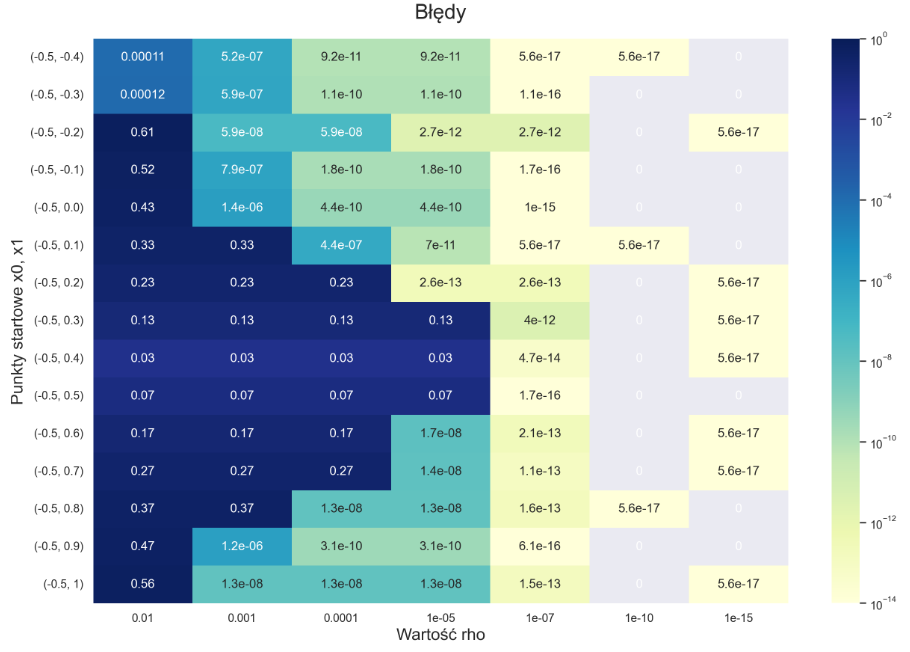
Rys. 1.4.1. Wykres, przedstawiający zależność liczby iteracji od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.) cz.1.

Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie

Rys. 1.4.2. Wykres, przedstawiający zależność liczby iteracji od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.) cz. 2.

* **Błędy obliczonych pierwiastków TODO – jakiś komentarz**

****

Rys. 1.4.3. Wykres błędów wyznaczonych pierwiastków w zależności od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.) cz.1.

Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie

Rys. 1.4.4. Wykres błędów wyznaczonych pierwiastków w zależności od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 1. kryterium stopu (2.1.) cz.2.

#### **Kryterium 2 (2.2.)**

**TODO – jakiś komentarz**

* **Wartości pierwiastka równania TODO – jakiś komentarz**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  | Wartość | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Punkty startowe** | |  | 0,267755 | 0,3932 | 0,427556 | 0,43005 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,267074 | 0,392693 | 0,427437 | 0,430041 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,278183 | 0,373942 | 0,428949 | 0,430131 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,265504 | 0,391525 | 0,427147 | 0,430018 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,296936 | 0,389253 | 0,426531 | 0,429962 | 0,430158 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,268407 | 0,393852 | 0,427706 | 0,430061 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,282801 | 0,379149 | 0,422878 | 0,429447 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,300009 | 0,371762 | 0,428857 | 0,430127 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,400001 | 0,400001 | 0,425413 | 0,429586 | 0,430154 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,499998 | 0,499998 | 0,436683 | 0,430268 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,599985 | 0,471415 | 0,431613 | 0,430152 | 0,430152 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,629896 | 0,475391 | 0,432262 | 0,430155 | 0,430155 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,626176 | 0,469779 | 0,431306 | 0,430152 | 0,430152 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,608548 | 0,48948 | 0,43638 | 0,430326 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,626516 | 0,469451 | 0,431261 | 0,430152 | 0,430152 | 0,43016 | 0,43016 |

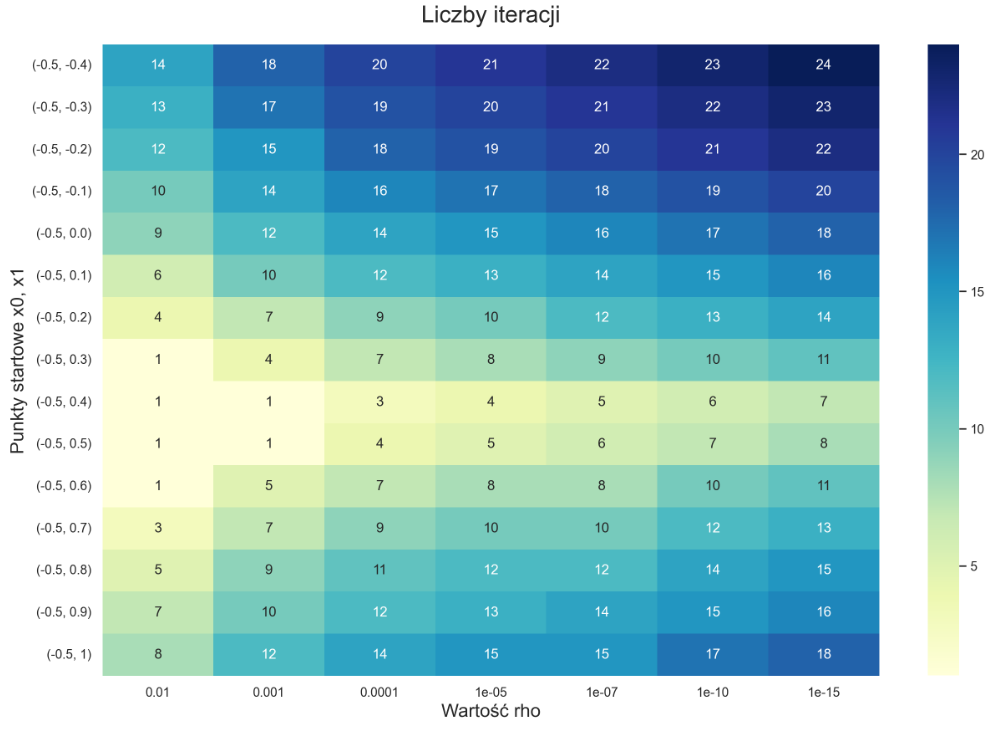
Tabela. 1.4.3. Wartości pierwiastków równania dla metody siecznych   
przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.) cz. 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Wartość | | | | | | |
| **Punkty startowe** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0,628621 | 0,470895 | 0,431463 | 0,430152 | 0,430152 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,626424 | 0,469391 | 0,431253 | 0,430152 | 0,430152 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,619887 | 0,498252 | 0,430768 | 0,430768 | 0,430155 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,598492 | 0,481605 | 0,433747 | 0,430184 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,606304 | 0,488023 | 0,435826 | 0,430286 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,5 | 0,5 | 0,436562 | 0,430262 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,307815 | 0,368298 | 0,428072 | 0,430086 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,286514 | 0,378951 | 0,422858 | 0,429447 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,303303 | 0,376387 | 0,422125 | 0,429328 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,400219 | 0,400219 | 0,425536 | 0,429613 | 0,430155 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,499527 | 0,499527 | 0,436386 | 0,430252 | 0,430159 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,597567 | 0,468661 | 0,431212 | 0,430153 | 0,430153 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,618527 | 0,500832 | 0,430965 | 0,430965 | 0,430154 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,598344 | 0,481887 | 0,433822 | 0,430187 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |
|  | 0,600087 | 0,482736 | 0,434076 | 0,430196 | 0,43016 | 0,43016 | 0,43016 |

Tabela. 1.4.4. Wartości pierwiastków równania dla metody siecznych   
przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.) cz. 2.

* **Liczby iteracji TODO – jakiś komentarz**

Ponownie wykorzystam wykresy zamiast tabel, ponieważ dobrze na nich widać zależność liczby iteracji od wyboru punktów startowych , oraz wartości .



Rys. 1.4.5. Wykres, przedstawiający zależność liczby iteracji od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.) cz.1.

Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie

Rys. 1.4.6. Wykres, przedstawiający zależność liczby iteracji od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.) cz.2.

* **Błędy obliczonych pierwiastków TODO – jakiś komentarz**

**Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie**

Rys. 1.4.7. Wykres błędów wyznaczonych pierwiastków w zależności od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.) cz.1.

Obraz zawierający stół

Opis wygenerowany automatycznie

Rys. 1.4.8. Wykres błędów wyznaczonych pierwiastków w zależności od oraz punktów startowych dla metody siecznych, przy zastosowaniu 2. kryterium stopu (2.2.) cz.2.

### Zadanie 2